1. Sección 4.6: 4,5,6,8,9,11,12,16,17

4. Demuestre el Teorema 4.24.3.

`DS((φ ∧ true) ≡ φ)

(φ ∧ true)

≡ Ax11 ,ψ:= true

(φ ≡ (true ≡ (φ v true)))

≡ T4.19.2, Leibniz φ=((φ ≡ (true ≡ (p)))

(φ ≡ (true ≡ true))

≡ T 4.6.2, Leibniz φ=(φ ≡ p)

(φ ≡ true)

≡ R Identidad

φ

5. Demuestre el Teorema 4.24.4.

DS((φ ∧ false) ≡ false)

(φ ∧ false)

≡ Ax11 ψ:= false

(φ ≡ (false ≡ (φ v false)))

≡ Ax6, Leibniz φ=((φ ≡ (false ≡ p)))

(φ ≡ (false ≡ (φ)))

≡ Ax9, conmutatividad, Leibniz φ=((φ ≡ (¬p))

(φ ≡ (¬ φ))

≡ T 4.15.7

false

6. Demuestre el Teorema 4.24.5.

DS((φ ∧ φ) ≡ φ)

(φ ∧ φ)

≡ Ax11, ψ:= φ

(φ ≡ (φ ≡ (φ v φ)))

≡ Ax7 , T 4.6.2, Leibniz φ=(φ ≡ p)

(φ ≡ true)

≡ Ax3

φ

8. Demuestre el Teorema 4.25.1.

DS((φ ∧(¬φ)) ≡ false)

(φ ∧(¬φ))

≡ Ax11, ψ:= ¬φ

(φ ≡ (¬φ ≡ (φ v(¬φ))))

R conmutatividad y Asociatividad

(ϕ ≡ (¬ϕ)) ≡ (ϕ ∨ (¬ϕ)))

≡ T 4.15.7, Leibniz ϕ=(p ≡ (ϕ ∨ (¬ϕ)))

(False ≡ (ϕ ∨ (¬ϕ)))

≡ T 4.19.1, Leibniz ϕ=(false ≡ p)

(False ≡ True)

≡ R identidad

False

9. Demuestre el Teorema 4.25.2

((¬) ∨ (¬ψ)))

T 4.19.4

T 4.15.6

AX 5

T 4.19.4

ψ) ≡ (¬ϕ))

T 4.19.4

)

Asociativa

((ψ ∨ ϕ) ≡ (ψ ≡ (¬ϕ)))

Asociativa

((ψ ∨ ϕ) ≡ ((¬ϕ) ≡ ψ))

T 4.15.4

((ψ ∨ ϕ) ≡ (¬(ϕ ≡ ψ)))

Asociativa

((¬(ϕ ≡ ψ) ≡ (ψ ∨ ϕ)))

T 4.15.4, Asociativa

(¬((ϕ ≡ ψ) ≡ (ϕ ∨ ψ)))

Asociativa

(¬(ϕ ≡ ψ ≡ (ϕ ∨ ψ)))

Ax 11

(¬(ϕ ∧ ψ))

11. Demuestre el Teorema 4.25.4.

(ϕ∧(ψ ≡ τ))

Ax 11 ψ≔(ψ ≡ τ)

(ϕ ≡ (ψ ≡ τ) ≡ (ϕ∨ (ψ ≡ τ)))

Ax 8

(ϕ ≡ (ψ ≡ τ) ≡ ((ϕ ∨ ψ) ≡ (ϕ∨ τ)))

Asociativa

(ϕ ≡ (ψ ≡ (τ ≡ ((ϕ ∨ ψ) ≡ (ϕ ∨ τ))))

Asociativa, conmutatividad

(ϕ ≡ (ψ ≡ (((ϕ ∨ ψ) ≡ τ) ≡ (ϕ ∨ τ))))

Asociativa

((ϕ ≡ (ψ ≡ (ϕ ∨ ψ))) ≡ (τ ≡ (ϕ ∨ τ))))

Ax 11

((ϕ∧ ψ) ≡ (τ ≡ (ϕ ∨ τ)))

Leibniz

((ϕ ≡ (ϕ ∧ ψ) ≡ (ϕ ≡ (τ ≡ (ϕ ∨ τ))))

Ax 11

((ϕ ≡ (ϕ ∧ ψ)) ≡ (ϕ ∧ τ))

Asociativa, conmutatividad

(((ϕ ∧ ψ)) ≡ (ϕ ∧ τ)) ≡ ϕ)

16. Considere la siguiente regla de inferencia:

(φ ∧ ψ) / φ Debilitamiento :

Explique brevemente el significado de la regla Debilitamiento, de un ejemplo de su uso y demuestre que es correcta.

Significado: Consiste en Eliminar la conjunción entre dos Suposiciones

Ejemplo: φ: Andrés Esta Feliz

Ψ: Andrés sonríe

φ ∧ ψ: Andrés está feliz y sonríe

1. (φ ∧ ψ) Proposición
2. (φ ∧ ψ) ≡ (φ ≡ (ψ ≡ (φ v ψ))) Ax11
3. (φ ≡ (ψ ≡ (φ v ψ))) Ecuanimidad 1,2
4. ((φ ≡ φ) ≡ (φ ≡ (ψ ≡ (φ v ψ)))) Leibniz φ=(φ ≡ p)
5. (φ ≡ φ) Ecuanimidad 3,4
6. (φ ≡ φ) ≡ true R, Identidad
7. (φ ≡ (φ ≡ true )) R. Asociatividad
8. φ ≡ true Ecuanimidad 3,7
9. φ R. Identidad

17. Considere la siguiente regla de inferencia:

φ ψ /(φ ∧ ψ) Unión Explique brevemente el significado de la regla Unión, de un ejemplo de su uso y demuestre que es correcta.

Significado: consiste en unir dos conjuntos de Suposiciones por medio del operador conjunción

Ejemplo: φ: Hace demasiado sol

Ψ: María desea tomar agua

φ ∧ ψ: Hace demasiado sol y María desea tomar agua

1. Sección 4.7: 3,7,10,17,18,23,24,35,38,40(a, c),43,44,45

3. Demuestre el Teorema 4.28.2.

I-DS((φ → ψ) ≡ ((φ ∧ ψ) ≡ φ))

((φ ∧ ψ) ≡ φ))

<Ax11 “((φ ∧ ψ) ≡ (φ ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ))))” Leibniz φ =(p ≡ φ) >

(φ ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)) ≡ φ))

<conmutatividad >

(φ ≡ (φ ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)))

< Ax 1 “((φ ≡ (ψ ≡ τ)) ≡ ((φ ≡ ψ) ≡ τ))”>

((φ ≡ φ) ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)))

< TM 4,6,2 Leibniz φ =(p ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)))>

(True ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)))

< conmutatividad >

(ψ ≡ (φ ∨ ψ)) ≡ True)

< Ax 3 “((φ ≡ true) ≡ φ)” >

(ψ ≡ (φ ∨ ψ))

conmutatividad >

((φ ∨ ψ) ≡ ψ)

Ax 12 “((φ → ψ) ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ ψ))”>

(φ → ψ)

7. Demuestre el Teorema 4.29.4.

|-DS((φ → false) ≡ (¬φ))

(φ → false)

<Ax 12 “((φ → ψ) ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ ψ))” Leibniz φ =(p ≡ φ) >

(φ ∨ false) ≡ false)

<Ax 6 “((φ ∨ false) ≡ φ)” Leibniz φ =(p ≡ false) >

(φ ≡ false)

Ax 9 “((¬φ) ≡ (φ ≡ false))”

(¬φ)

10. Demuestre el Teorema 4.30.3.

|-DS((φ → (ψ ∧ τ) ≡ ((φ → ψ) ∧(φ → τ)))

((φ → ψ) ∧(φ → τ))

≡ < Ax11, φ por φ → ψ y ψ por(φ → τ) >

((φ → ψ) ≡ ((φ → τ) ≡ ((φ → ψ) ∨ (φ → τ)))))

≡ < Ax12, Leibniz φ =(p ≡ ((φ → τ) ≡ ((φ → ψ) ∨ (φ → τ))))) >

(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ ((φ → τ) ≡ ((φ → ψ) ∨ (φ → τ)))))

≡ < T. 4.30.2. Leibniz φ =(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ ((φ → τ) ≡ p)))>

(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ ((φ → τ) ≡ ((φ → (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax12, ψ por τ, Leibniz φ =(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ (p ≡ ((φ → (ψ ∨ τ))))) >

(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ (((φ ∨ τ) ≡ τ) ≡ ((φ → (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax12, ψ por(ψ ∨ τ), Leibniz =(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ (((φ ∨ τ) ≡ τ) ≡ p))))

(((φ ∨ ψ) ≡ ψ) ≡ (((φ ∨ τ) ≡ τ) ≡ (((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax2, ϕ por ψ y ψ por(φ ∨ ψ), Leibniz(p ≡ (((φ ∨ τ) ≡ τ) ≡ (((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ)))))

((ψ ≡ (φ ∨ ψ)) ≡ (((φ ∨ τ) ≡ τ) ≡ (((φ ∨(ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax2, ϕ por(φ ∨ τ) y ψ por τ, Leibniz((ψ ≡ (φ ∨ ψ)) ≡ p) ≡ (((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ)))) >

((ψ ≡ (φ ∨ ψ)) ≡ (τ ≡ (φ ∨ τ))) ≡ (((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ))))

≡ < Ax1, φ por ψ, ψ por(φ ∨ ψ) y τ por(τ ≡ (φ ∨ τ)), Leibniz φ =(p ≡ (((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ))))

(ψ ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ (φ ∨ τ))) ≡ (((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ∨ τ))))

≡ < Ax2, φ por(φ ∨ (ψ ∨ τ)) y ψ por(ψ ∨ τ), Leibniz φ =(ψ ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ (φ ∨ τ))) ≡ p)

(ψ ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ (φ ∨ τ))) ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax1, φ por((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ ((φ ∨ τ))) y ψ por(ψ ∨ τ) y τ por(φ ∨ (ψ ∨ τ), Leibniz φ =(ψ ≡ p) >

(ψ ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ ((φ ∨ τ))) ≡ (ψ ∨ τ) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax2, φ por(ψ ∨ τ) y ψ por(φ ∨ τ), Leibniz φ =(ψ ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ (p)) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ))))) >

(ψ ≡ ((φ ∨ ψ) ≡ (τ ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ (φ ∨ τ))) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ))))

≡ < Ax2, φ por(φ ∨ ψ) y ψ por Leibniz φ =(ψ ≡ (p)) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ)))>

((ψ ≡ (τ ≡ (ψ ∨ τ)) ≡ (φ ∨ ψ) ≡ (φ ∨ τ)) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ))))

≡ < Ax11, ψ por φ y ψ por τ, Leibniz φ =(p ≡ (φ ∨ ψ) ≡ (φ ∨ τ)) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ))))) >

((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ (ψ ≡ τ)) ≡ (φ ∨ (ψ ∨ τ))))

≡ < Ax8, ψ por(ψ ≡ τ) y τ por ψ ∨ τ, Leibniz φ =((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ (ψ ≡ τ)) ≡ p)) >

((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ ((ψ ≡ τ) ≡ (ψ ∨ τ))))

≡ < Ax1, φ por ψ, ψ por τ y τ por(ψ ∨ τ), Leibniz φ =((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ p)) >

((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ (ψ ≡ (τ ≡ (ψ ∨ τ)))))

≡ < Ax11, φ por ψ y ψ por τ, Leibniz φ =((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ p)) >

((ψ ∧ τ) ≡ (φ ∨ (ψ ∧ τ)))

≡ < Ax2, φ por(φ ∨ (ψ ∧ τ)) y ψ por(ψ ∧ τ) >

((φ ∨ (ψ ∧ τ)) ≡ (ψ ∧ τ))

≡ < Ax12, ψ por(ψ ∧ τ) >

(φ → (ψ ∧ τ))

17. Demuestre el Teorema 4.31.5.

|- DS((φ → (ψ → τ) ≡ ((φ ∧ ψ) → τ))

(φ → (ψ → τ))

≡ < Ax12, ψ por(ψ → τ) >

(φ ∨ (ψ → τ)) ≡ (ψ → τ))

≡ < Ax12, φ por ψ, ψ por τ, Leibniz φ =((φ ∨ (ψ → τ)) ≡ p) >

(φ ∨ (ψ → τ)) ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ τ))

≡ < Ax12, φ por ψ, ψ por τ, Leibniz φ =(φ ∨ p) ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ τ)))) >

(φ ∨ ((ψ ∨ τ) ≡ τ)) ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ τ))

≡ < Ax8, ψ = ψ ∨ τ, Leibniz φ =(p ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ τ)) >

((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (φ ∨ τ))) ≡ ((ψ ∨ τ) ≡ τ))

≡ < Ax1, φ por(φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (φ ∨ τ))) y ψ por(ψ ∨ τ) >

(((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (φ ∨ τ))) ≡ (ψ ∨ τ)) ≡ τ)

≡ < Ax1, φ por(φ ∨ (ψ ∨ τ)), ψ por(φ ∨ τ) y τ por(ψ ∨ τ), conmutatividad, Leibniz φ =(p ≡ τ)>

((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ ((φ ∨ τ) ≡ (ψ ∨ τ))) ≡ τ)

≡ < Ax8, φ por τ, Leibniz φ =((φ ∨ (ψ ∨ τ) ≡ p) ≡ τ)>

((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ (ψ ≡ φ) ∨ τ) ≡ τ)

≡ < Ax5, conmutatividad, Leibniz φ =(p ≡ (ψ ≡ φ) ∨ τ) ≡ τ) >

(((φ ∨ ψ) ∨ τ) ≡ (ψ ≡ φ) ∨ τ) ≡ τ)

≡ < Ax8, φ por τ, ψ por(φ ∨ ψ), τ por(ψ ≡ φ), Leibniz φ =((φ ∨ (ψ ∨ τ) ≡ p) ≡ τ) >

((((φ ∨ ψ) ≡ (ψ ≡ φ)) ∨ τ) ≡ τ)

≡ < Ax2, φ por(φ ∨ ψ), ψ por(ψ ≡ φ), Leibniz φ =((p ∨ τ) ≡ τ) >

((((ψ ≡ φ) ≡ (φ ∨ ψ)) ∨ τ) ≡ τ)

≡ < Ax2, Conmutatividad, Leibniz φ =((((p ≡ (φ ∨ ψ)) ∨ τ)) ≡ τ)))) >

((((φ ≡ ψ) ≡ (φ ∨ ψ) ∨ τ)) ≡ τ))))

≡ < Ax1, τ por(φ ∨ ψ), Leibniz φ =((p ∨ τ) ≡ τ)))) >

(((φ ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)))) ∨ τ) ≡ τ))

≡ < Ax12, φ por(φ ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ)))) y ψ por τ >

((φ ≡ (ψ ≡ (φ ∨ ψ))) → τ)

≡ < Ax11, Leibniz φ =(p → τ) >

((φ ∧ ψ) → τ)

18 demuestre el Teorema 4.31.6.

|-DS(φ ∨ (φ → ψ))

(φ ∨ (φ → ψ))

<TM 4.28.1 “((φ → ψ) ≡ ((¬φ) ∨ ψ))”, Leibniz φ =(φ v p)>

(φ ∨ ((¬φ) ∨ ψ))

<Ax 4 “((φ ∨ (ψ ∨ τ)) ≡ ((φ ∨ ψ) ∨ τ))” ψ por(¬φ); τ por ψ >

((φ ∨ (¬φ)) ∨ ψ))

< TM 4.19.1 “(φ ∨ (¬φ))” Leibniz φ =(p v ψ)> dado que los TM al demostrarlos son True queda de la siguiente manera >

(True v ψ)

<Ax 5 “((φ ∨ ψ) ≡ (ψ ∨ φ))” φ por True>

(ψ v True)

<TM 4,19.2 “((φ ∨ true) ≡ true)”

True

23. Demuestre el Teorema 4.33.2.

I-DS(((φ → ψ) ∧(ψ → τ)) → (φ → τ))

(((φ → ψ) ∧(ψ → τ)) → (φ → τ))

≡ < T. 4.31.5, φ por(φ → ψ), ψ por(ψ → τ), τ por(φ → τ), conmutatividad>

((φ → ψ) → ((ψ → τ) → (φ → τ)))

≡ < T 4.30.4, φ por(φ → ψ), ψ por(ψ → τ), τ por(φ → τ)>

(((φ → ψ) → (ψ → τ)) → ((φ → ψ) → (φ → τ)))

≡ < T 4.30.4. conmutatividad, Leibniz φ =(((φ → ψ) → (ψ → τ)) → p)>

(((φ → ψ) → (ψ → τ)) → (φ → (ψ → τ)))

≡ < T 4.31.5, φ por(φ → ψ), Leibniz φ =(p → (φ → (ψ → τ)))>

((((φ → ψ) ∧ ψ) → τ) → (φ → (ψ → τ)))

≡ < Ax5, φ por(φ → ψ), Leibniz φ =((p → τ) → (φ → (ψ → τ)))>

(((ψ ∧(φ → ψ)) → τ) → (φ → (ψ → τ)))

≡ < Teorema 4.31.9, φ por ψ, ψ por φ, Leibniz φ =((p → τ) → (φ → (ψ → τ)))>

((ψ → τ) → (φ → (ψ → τ)))

≡ < Teorema 4.31.5. Leibniz φ =((ψ → τ) → p)>

((ψ → τ) → ((φ ∧ ψ) → τ))

≡ < Teorema 4.24.2. Leibniz φ =((ψ → τ) → (p → τ))>

((ψ → τ) → ((ψ ∧ φ) → τ))

≡ < debilitamiento ∧, φ por ψ, ψ por φ, Leibniz φ =((ψ → τ) → (p → τ))>

((ψ → τ) → (ψ → τ))

≡ <T 4.33.1, φ por(ψ → τ), Identidad>

true

24. Demuestre el Teorema 4.33.3.

|-DS(((φ → ψ) ∧(ψ → φ)) → (φ ≡ ψ))

(((φ → ψ) ∧(ψ → φ)) → (φ ≡ ψ))

≡ < T. 4.31.3, Leibniz φ =(p → (φ ≡ ψ)) >

((φ ≡ ψ) → (φ ≡ ψ))

≡ < 4.33.1 >

(φ → φ)

35. Demuestre el Teorema 4.35.5.

|-DS(((φ ∨ ψ) → τ) ≡ ((φ → τ) ∧(ψ → τ)))

(((φ ∨ ψ) → τ)

≡ < T 4.31.7 ψ por(φ ∨ ψ) >

(τ ∨ ((φ ∨ ψ) → τ))

≡ < T 4.28.1, φ por(φ ∨ ψ) y ψ por τ, Leibniz φ =((τ ∨ p) >

(τ ∨ ((¬(φ ∨ ψ)) ∨ τ))

≡ < 4.25, Leibniz φ =(τ ∨ (p ∨ τ))

(τ ∨ (((¬φ) ∧(¬ψ)) ∨ τ)))

≡ < Ax5, φ por τ y ψ por(((¬φ) ∧(¬ψ)) ∨ τ))) >

((((¬φ) ∧(¬ψ)) ∨ τ) ∨ τ)

≡ < Ax4, φ por((¬φ) ∧(¬ψ)), ψ por τ, conmutatividad>

(((¬φ) ∧(¬ψ)) ∨ (τ ∨ τ))

≡ < Ax7, Leibniz φ =(((¬φ) ∧(¬ψ)) ∨ p) >

(((¬φ) ∧(¬ψ)) ∨ τ)

≡ < Ax5, φ por((¬φ) ∧(¬ψ)) y ψ por τ

(τ ∨ ((¬φ) ∧(¬ψ)))

≡ < 4.25.7 φ por τ, ψ por(¬φ) y τ por(¬ψ) >

((τ ∨ (¬φ)) ∧(τ ∨ (¬ψ)))

≡ < Ax5 φ por τ. Ψ por(¬φ), Leibniz φ =(p ∧(τ ∨ (¬ψ)))) >

(((¬φ) ∨ τ) ∧(τ ∨ (¬ψ)))

≡ < Ax5 φ por τ. Ψ por(¬φ), Leibniz φ =(((¬φ) ∨ τ) ∧ p)) >

(((¬φ) ∨ τ) ∧((¬ψ) ∨ τ))

≡ < T 4.28.1 ψ por τ, Leibniz φ =(p ∧((¬ψ) ∨ τ))) >

((φ → τ) ∧((¬ψ) ∨ τ))

≡ < T 4.28.1, φ por ψ y ψ por τ, Leibniz((φ → τ) ∧ p) >

((φ → τ) ∧(ψ → τ)))

38. Demuestre el Teorema 4.36.2.

(((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)) → (φ → τ))

≡ < T. 4.28.2, φ por((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)), ψ por(φ → τ)>

((((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)) ∧(φ → τ)) ≡ ((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)))

≡ <Regla de debilitamiento ∧, φ por((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)), ψ por(φ → τ), Leibniz φ =(p ≡ ((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ))) >

(((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)) ≡ ((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ)))

≡ <T. 4.6.2, φ por((φ ≡ ψ) ∧(ψ → τ))

True

43. La propiedad de ‘Modus Ponens’, más que como teorema, se usa como regla de inferencia en los sistemas formales tradicionales de la lógica suposicionál.

Φ (φ → ψ) / ψ

* 1. φ Suposición
  2. (φ → ψ) Suposición
  3. (φ → true) T 4.29.1
  4. ((φ → ψ) → (true → ψ)) Leibniz 2, φ =(p → ψ))
  5. ((φ → ψ) ≡ true) R. Identidad 1, φ por(φ → ψ))
  6. (((φ → ψ) → (true → ψ)) ≡ (true → (true → ψ))) Leibniz 4, φ por(p → (true → ψ)))
  7. (true → (true → ψ)) R. Ecuanimidad, ψ Por((φ → ψ) → (true → ψ)); φ por(true → (true → ψ))) 4,6
  8. ((true → (true → ψ)) ≡ (true → ψ)) T. 4.29.3, φ por(true → ψ)
  9. (true → ψ) R. Ecuanimidad , ψ por(true → (true → ψ)), φ por(true → ψ))7,8
  10. (true → ψ) ≡ ψ TM 4,29.3 φ por ψ
  11. ψ R. Ecuanimidad 9,10

“Modus Tolens” (φ → ψ) (¬ψ) / (¬φ)

Cuando se niega una de las Suposiciones la otra también se verá afectada con una negación debido a la implicación.

1. (φ → ψ) Suposición
2. (¬ψ) Suposición
3. (¬ψ) ≡ (ψ ≡ false)) Ax 9 “(¬φ) ≡ (φ ≡ false))” φ por ψ
4. (ψ ≡ false) R. Ecuanimidad 1,2
5. ((φ → ψ) ≡ (φ → false)) Leibniz 3, φ por(φ → p)
6. (φ → false) R. Ecuanimidad 1,5
7. ((φ → false) ≡ (¬φ)) TM 4,29,4
8. (¬φ) R. Ecuanimidad 6,7

Estas dos reglas tienen una implicación en la que phi es la causa y psi es el efecto. Si una de las suposiciones se ve afectada, la otra también lo estará. La única diferencia entre estas reglas es que en el modus ponens, las suposiciones no se ven afectadas por la negación, mientras que en el modus tolens sí.

45. Considere la siguiente regla de inferencia:

“Transitividad” (φ → ψ) (ψ → τ)/ (φ → τ)

Significado: Cuando una proposición φ se relaciona con otra ψ y esta con otra τ se concluye la relación entre la primera proposición entre el primer elemento y el ultimo.

1. (φ → ψ) Suposición
2. (ψ → τ) Suposición
3. ((φ → ψ) ∧(ψ → τ)) R. Unión, φ por(φ → ψ), ψ por(ψ → τ))
4. (((φ → ψ) ∧(ψ → τ)) → (φ → τ)) T 4.33.2 1,2
5. (((φ → ψ) ∧(ψ → τ)) ≡ true) R. Identidad , φ por((φ → ψ) ∧(ψ → τ)))
6. ((((φ → ψ) ∧(ψ → τ)) → (φ → τ)) ≡ (true → (φ → τ))) Leibniz φ =(p → (φ → τ)))
7. (true → (φ → τ)) R. Ecuanimidad entre 4 y 6
8. ((true → (φ → τ)) ≡ (φ → τ)) T 4.29.3, φ por(φ → τ)
9. (φ → τ) R. Ecuanimidad entre 6 y 7

Sección 5.1: 1(a,f,m,t,w,x,z),2,5

1. Elimine tantos paréntesis como sea posible de las Suposiciones sin introducir ambigüedad.

a.((ϕ v(ψ v τ)) ≡ ((ϕ v ψ) v τ))

ϕ v ψ v τ ≡ ϕ v ψ v τ

f.((¬ ϕ) ≡ (ϕ ≡ False))

¬ ϕ ≡ (ϕ ≡ False)

m.((ϕ ≡ (¬ ϕ)) ≡ False)

(ϕ ≡ ¬ ϕ) ≡ False

t.((ϕ → ψ) ≡ (( ϕ v ψ) ≡ ψ))

ϕ → ψ ≡ (ϕ v ψ ≡ ψ)

w.((ϕ →(ψ v τ)) ≡ ((ϕ → ψ)v(ϕ → τ)))

ϕ → ψ v τ ≡ (ϕ → ψ)v(ϕ → τ)

x.((ϕ →(ψ ∧ τ)) ≡ ((ϕ → ψ) ∧(ϕ → τ)))

ϕ → ψ ∧ τ ≡ (ϕ → ψ) ∧(ϕ → τ)

z.(((ϕ v ψ) →(ϕ ∧ ψ)) ≡ (ϕ ≡ ψ))

ϕ v ψ → ϕ ∧ ψ ≡ (ϕ ≡ ψ)

2.

a. p v q ∧r es ambigua(p v q) ∧r o p v(q ∧r)

b. p ∧ q v r es ambigua(q ∧r)v r o p ∧(q v r)

c. p → q → r es ambigua p →(q → r) o (p → q) → r

d. p → q ← r es ambigua(p → q) ← r o p →(q ← r)

e. p ← q → r es ambigua (p ← q) → r o p ←(q → r)

5.

a. por MTT 2.23

* True ∨ (p ∧ q

b. p ≡ p ∨ q por MTT 2.23

* (p ≡ p) ∨ q

c. p → q ≡ r ≡ p ∧r

* p →(q ≡ r) ≡ p ∧q ≡ p ∧r

d. p ≡ q / ≡ r ← false ∧ p por MTT 2.23

* ((p ≡ q) / ≡ r) ← false ∧ p

e. ¬ p ∧p ≡ p → r

* ¬(p ∧p ≡ p) → r